(49)排列組合總複習

(1) c h i n a 這 5 個英文字母，有幾種排列方法？

答案： 有 5 個英文字，因此 n=5，

將 5 個不同物件做排列，排列方式有 5!種

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

有 120 種排列方式。

(2) i n d i a 這 5 個英文字母，有幾種排列方法？

答案： 有 5 個英文字，因此 n=5，其中 i 有 2 個

將 5 個物件做排列，其中 2 個物件相同，排列方式有$\frac{5!}{2!}$種

$\frac{5!}{2!}=\frac{120}{2}=60$

有 60 種排列方式。

(3) s e e 這 3 個英文字母，有幾種排列方法？

答案： 有 3 個英文字，因此 n=3，其中 e 有 2 個

將 3 個物件做排列，其中 2 個物件相同，排列方式有$\frac{3!}{2!}$種

$\frac{3!}{2!}=\frac{6}{2}=3$

有 3 種排列方式。

(4) 有物件編號 1,2,3,4,5 要做排列，但 1,2 必須放在最前面，共有幾種排列方法？

答案： 因為 1,2 要放在最前面，我們先排列 3,4,5，排列數是 3!種。

1,2 要放在最前面，排列方法是 2!種。

因此全部的排列數是$(2!)\times(3!)=2\times6=12$

有 12 種排列方式。

如果我們不限制 1,2 要排在最前面，則排列數是 5!=120 種。

有限制時排列數會小很多。

(5) 有物件編號 1,2,3,4,5 要做排列，1,2 必須在一起，可以在任何位置，共有幾種排列方法？

答案： 因為 1,2 要放在一起，可以先將 1,2 看一個物件(1,2)，

共有 4 個不同物件需要排列。排列數是 4!種。

但(1,2)的排列方法是 2!種。

因此全部的排列數是$(2!)\times(4!)=2\times24=48$

有 48 種排列方式。

(6) 有物件編號 1,2,3,4 要做排列，但 2,3 必須放在最前面，共有幾種排列方法？

答案： 因為 2,3 要放在最前面，我們先排列 1,4，排列數是 2!種。

2,3 要放在最前面，排列方法是 2!種。

因此全部的排列數是$(2!)\times(2!)=2\times2=4$

有 4 種排列方式。

我們可以列出排列為：2314 2341 3214 3241

(7) 承上題，假如 2,3 必須在一起，但可以在任何位置，共有幾種排列方法？

答案： 因為 2,3 要放在一起，可以先將 2,3 看一個物件(2,3)，

共有 3 個不同物件需要排列。排列數是 3!種。

但(2,3)的排列方法是 2!種。

因此全部的排列數是$(2!)\times(3!)=2\times6=12$

有 12 種排列方式。

(8) 有物件編號 1,2,3 要做排列，1,3 必須在一起，可以在任何位置，共有幾種排列方法？

答案： 因為 1,3 要放在一起，可以先將 1,3 看一個物件(1,3)，

共有 2 個不同物件需要排列。排列數是 2!種。

但(1,3)的排列方法是 2!種。

因此全部的排列數是$(2!)\times(2!)=2\times2=4$

有 4 種排列方式。

我們可以列出排列為：132 312 213 231

(9) 數字 0~99 中，不出現 3 的數字有多少個？

答案： 我們將個位數和十位數分開看

不能出現 3，所以個位數可以有 9 種

十位數可以有 9 種 (十位數為 0 時，該數字視為個位數)

因此共有 $9\times9=81$ 個數字。

以下是不可出現的數字：

3,13,23,33,43,53,63,73,83,93 (10 個)

30,31,32,34,35,36,37,38,39 (9 個)

0~99 共有 100 個數字。100-10-9=81，與計算相同。

(10)數字 0~99 中，不出現 2 和 4 的數字有多少個？

答案： 我們將個位數和十位數分開看

不能出現 2 和 4，所以個位數可以有 8 種

十位數可以有 8 種 (十位數為 0 時，該數字視為個位數)

因此共有 $8\times8=64$ 個數字。

(11)數字 0~99 中，2 不出現在個位數的數字有多少個？

答案： 我們將個位數和十位數分開看

2 不出現在個位數，所以個位數可以有 9 種

十位數可以有 10 種(十位數為 0 時，該數字視為個位數)

因此共有 $10\times9=90$ 個數字。

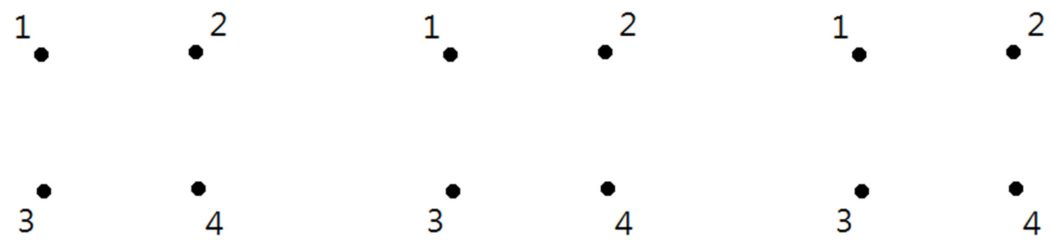
(12)平面上有 4 點，任 2 點連成一直線，可以連成多少條直線？

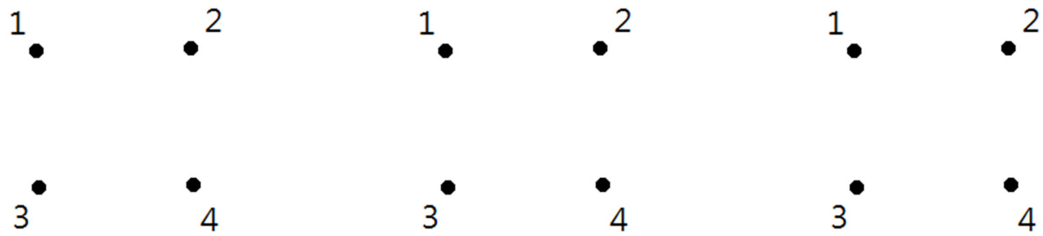
答案： 4 個點取任 2 點連成直線，

相當於從 4 個物件中選出 2 個來連成直線

因此直線數量是 $C^4_2=\frac{4\times3}{2\times1}=6$

可以連成 6 條直線。同學可以在下圖畫畫看是否為 6 條





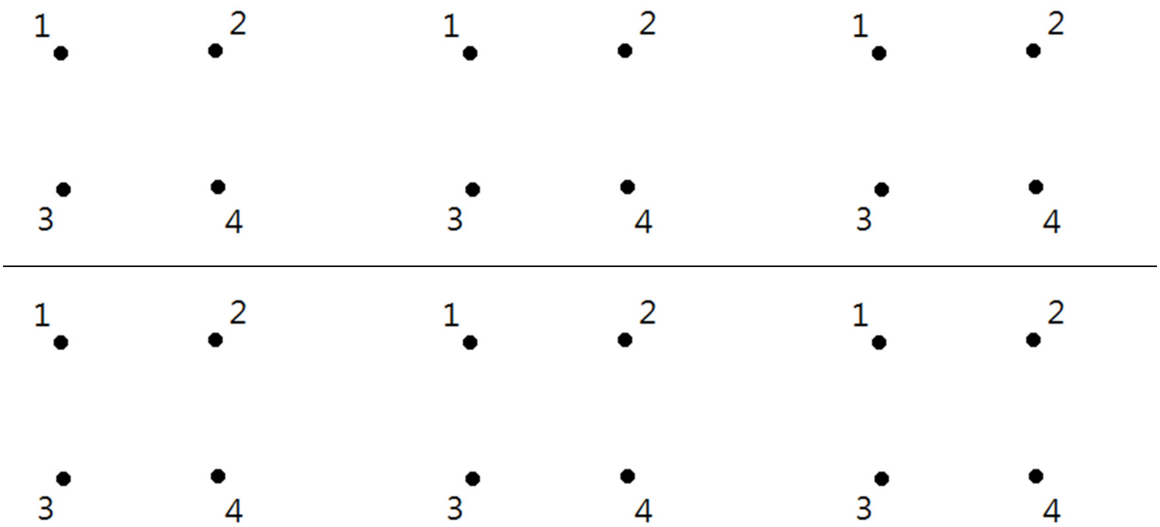
(13)平面上有 4 點，任 3 點不共線，可以連成多少個三角形？

答案： 4 個點取任 3 點連成三角形，

相當於從 4 個物件中選出 3 個來連成三角形

因此三角形數量是 $C^4_3=\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

可以連成 4 個三角形。同學可以在下圖畫畫看是否為 4 個



(14)有 8 個同學要打球，分成 2 隊，每隊 4 人，共有多少種分法？

答案： 這個問題相當於從 8 個物件中選出 4 個，剩下 4 個自然會是一組

因此分法是 $C^8_4=\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=70$

但是每產生 abcd 一組，也就同時產生了 efgh 那一組，所以我們一定

要避免重複，真正的分法是 70/2=35

(15)有 8 個同學要打球，分成 2 隊，每隊 4 人，而且其中有 2 人打的特別好，不能在同

一隊，共有多少種分法？

答案： 若甲乙不能在同一隊，即從剩下 6 人中選 3 人和甲同隊，方法數為

$C_3^6 = 20$

(16)有 8 個同學要打球，分成 2 隊，每隊 4 人，而且其中有 2 人要在同一隊，共有多少種分法？

答案： 有 2 人在同一隊，只要從剩下的 6 人，選出 2 人在一隊即可。

因此分法共有 $C_2^6=2\times\frac{6\times5}{2\times1}=15$

有 15 種分法。

(17)有 3 個男生和 2 個女生排隊，共有多少種排列方法？

答案： 有 5 個人，因此 n=5，

將 5 個不同物件做排列，排列方式有 5!種

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

有 120 種排列方式。

(18)有 3 個男生和 2 個女生，如果選 2 個男生和 1 個女生排隊，共有多少種排列方法？

答案： 3 個男生中選 2 人的方法是 C_2^3種。

2 個女生中選 1 人的方法是 C_1^2種。

將選出的 3 人排列，有 3!種。

因此排列方法是 $C_2^3\times C_1^2\times(3!)=3\times2\times6=36$

有 36 種排列方式。

(19)有 3 個男生和 2 個女生排隊，如果男生一定要排在一起，女生一定要排在一起，共有多少種排列方法？

答案： 3 個男生要排在一起，男生的排列方法有 $3!$種。

2 個女生要排在一起，女生的排列方法有 $2!$種。

男生和女生的排列方法有 $2!$種。

因此排列方法是$(3!)\times(2!)\times(2!)=6\times2\times2=24$

有 24 種排列方式。

(20)有 3 個男生和 2 個女生排隊，如果 3 個男生一定要排在前面，共有多少種排列方法？

答案： 3 個男生要排在前面，男生的排列方法有 $3!$種。

2 個女生要排在後面，女生的排列方法有 $2!$種。

因此排列方法是$(3!)\times(2!)=6\times2=12$

有 12 種排列方式。

(21)有 3 個男生和 2 個女生排隊，男生之間必須有間隔女生，共有多少種排列方法？

答案： 男生之間必須有間隔女生，男生的排列位置可參考下圖

●		●		●

男生排在這 3 個位置的排列方式有 $3!$種

女生的排列位置可參考下圖

	★		★	

女生排在這 2 個位置的排列方式有 $2!$種

因此排列方法是$(3!)\times(2!)=6\times2=12$，有 12 種排列方式。

(22)有 3 個男生和 2 個女生排隊，如果第一位是女生，最後一位是男生，共有多少種排列方法？

答案： 第一位是女生，排列方法有 C^2_1種。

最後一位是男生，排列方法有 C^3_1種。

中間 3 人排列方法有 3!種。

因此排列方法是 $C^2_1 \times C^3_1 \times (3!) = 2 \times 3 \times 6 = 36$

有 36 種排列方式。

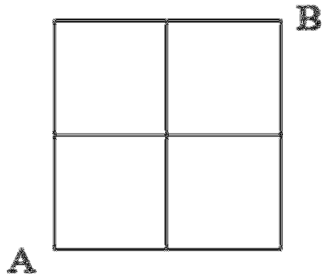
(23)有 5 位男人和 5 位女人，選出 6 人組成委員會，共有多少種方法？

答案： 總共有 5+5=10 人，要取出 6 人，所以是 C^{10}_6。

$C^{10}_6 = C^{10}_4 = \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1} = 210$

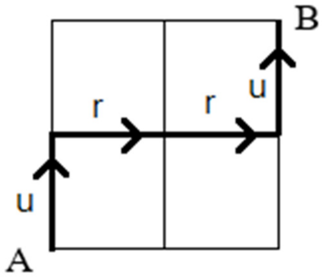
有 210 種方式。

(24)在下圖中，想沿著線從 A 走到 B，路線只能往右或往上，有幾種路徑？

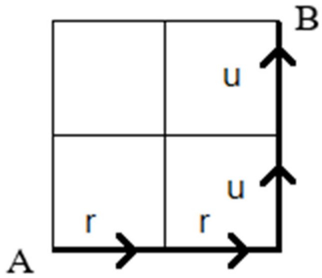


答案： 我們可以將路線往上記成 u，往右記成 r

以下的路徑是 urru



以下的路徑是 rruu



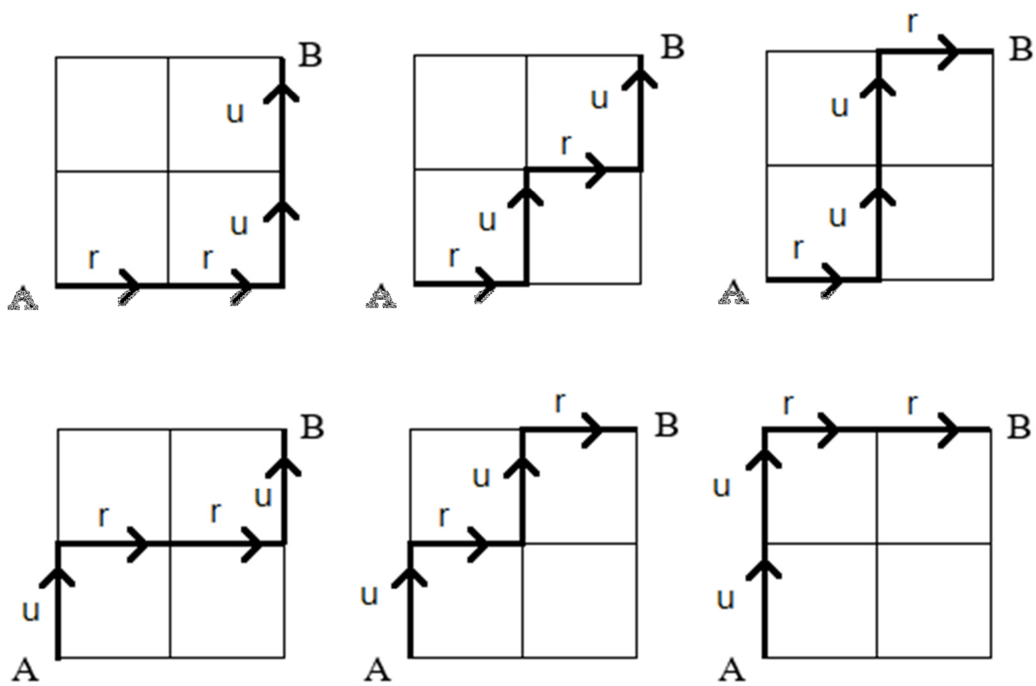
因此我們的問題可以想成是有 2 個 r 和 2 個 u 的排列

2 個 r 是相同的，2 個 u 是相同的，排列數是：

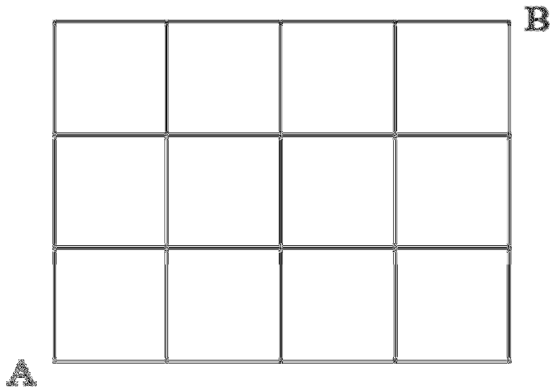
$$\frac{4!}{2!\times 2!}=\frac{4\times 3\times 2\times 1}{(2\times 1)\times(2\times 1)}=6$$

有 6 種路徑。

以下是這 6 種路徑



(25)在下圖中，想沿著線從 A 走到 B，路線只能往右或往上，有幾種路徑？



答案： 我們將路線往上記成 u，往右記成 r

根據上一題的推理，這是 3 個 u 和 4 個 r 的排列，3+4=7

$$\frac{7!}{3!\times4!}=\frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{(3\times2\times1)\times(4\times3\times2\times1)}=35$$

有 35 種路徑。

線型方程式解的個數

假設我們有一個方程式

$x+y=4$

其中 x 和 y 都是非負整數，則我們知道這個方程式的解為：

(0,4)、(1,3)、(2,2)、(3,1)、(0,4)

共有 5 個解。

這個線型方程式想求得解的個數，我們可以想像是 1 個+號和 4 個 1，每種排列方式都對應一個解。

+1111 對應(0,4)

1+111 對應(1,3)

11+11 對應(2,2)

111+1 對應(3,1)

1111+對應(4,0)

1 個+號和 4 個 1 排列，n=1+4=5

$$\frac{5!}{1!\times 4!}=\frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{4\times 3\times 2\times 1}=5$$

有 5 種排列方式，也就是有 5 個解。

(26)方程式 $x+y+z=5$ 有多少個非負整數解？

答案： 我們看成是 2 個+和 5 個 1 做排列，n=2+5=7

$$\frac{7!}{2!\times 5!}=\frac{7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{(2\times 1)\times(5\times 4\times 3\times 2\times 1)}=21$$

有 21 種排列方式，也就是有 21 個解。

(27)有 2 對夫婦，排成一列，共有幾種排列方式？

答案： n=2×2=4

排列方式有 4!=4×3×2×1=24(種)

(28)有 2 對夫婦，排成一列，且同一對夫婦必須排在一起，共有幾種排列方式？

答案： 同一對夫婦必須排在一起，有 2 對夫婦，可以看成是 2 個物件排列。

2 個物件的排列方法數是 2!

每對夫婦之間的排列方法數都有 2!種

共有 2 對夫婦

因此排列方式有(2)×(2!)×(2!)=8(種)

(29)有 4 位男士和 3 位女士，要選出 4 人組成委員會，其中女士至少要 2 位，有多少種

選擇方法？

答案： 委員會組成方式有 2 女 2 男和 3 女 1 男

2 女 2 男：選出 2 女的方式是 C_2^3，選出 2 男的方式是 C_2^4

3 女 1 男：選出 3 女的方式是 C_3^3，選出 1 男的方式是 C_1^4

因此選擇方式有

$$C_2^3 \times C_2^4 + C_3^3 \times C_1^4 = 3 \times 6 + 1 \times 4 = 22$$

有 22 種選擇方法。

(30)有 2 位男士和 2 位女士，要選出 3 人組成委員會，其中男女都至少要 1 位，有多少種選擇方法？

答案： 委員會組成方式有 1 男 2 女和 2 男 1 女

1 男 2 女：選出 1 男的方式是 C_1^2，選出 2 女的方式是 C_2^2

2 男 1 女：選出 2 男的方式是 C_2^2，選出 1 女的方式是 C_1^2

因此選擇方式有

$$C_1^2 \times C_2^2 + C_2^2 \times C_1^2 = 2 \times 2 = 4$$

有 4 種選擇方法。

設男士是 m_1、m_2，女士是 w_1、w_2

4 種選擇方式是

(1) m_1、m_2、w_1

(2) m_1、m_2、w_2

(3) m_1、w_1、w_2

(4) m_2、w_1、w_2

(31)有 5 位男士和 4 位女士，要選出 2 男 2 女組成委員會，有多少種選擇方法？

答案： 選出 2 男的方式是 C_2^5，選出 2 女的方式是 C_2^4

因此選擇方式有

$C_2^5 \times C_2^4 = 10 \times 6 = 60$

有 60 種選擇方法。

(32)有 5 位男士和 4 位女士，要選出 2 男 2 女組成委員會，有多少種選擇方法？

答案： 選出 2 男的方式是 C_2^5，選出 2 女的方式是 C_2^4

因此選擇方式有

$C_2^5 \times C_2^4 = 10 \times 6 = 60$

有 60 種選擇方法。

(33)有 6 位男士和 7 位女士，要選出 3 男 3 女組成委員會，有多少種選擇方法？

答案： 選出 3 男的方式是 C_3^6，選出 3 女的方式是 C_3^7

因此選擇方式有

$C_3^6 \times C_3^7 = 20 \times 35 = 700$

有 700 種選擇方法。

(34)有 6 位男士和 7 位女士，要選出 3 男 3 女組成委員會，但其中有 2 位女士不能同時參加，有多少種選擇方法？

答案： 選出 3 男的方式是 C_3^6

至於選出 3 女的方式，我們可以把

[選出 3 女的全部方式]減去[2 女一起參加的方式]

來得到[2 女不一起參加的方式]

選出 3 女的全部方式是 C^7_3

2 女一起參加，只要從剩下 5 女選出 1 人參與，因此方式是 C^5_1

因此 2 女不一起參加的方式是 C^7_3- C^5_1

因此選擇方式有

$C^6_3\times(C^7_3- C^5_1) =20\times(35-5)=600$，有 600 種選擇方法。

(35)有 1,2,3,4,5，5 個數字做排列，頭尾都要是奇數，有多少種排列方法？

答案： 奇數有 1,3,5 共 3 個，選出 2 個排在頭跟尾，方法數有 C^3_2

剩下 3 個數字排列，方法數有 P^3_3

因此排列方式有

$C^3_2\times P^3_3=(3\times2)\times(3\times2\times1)=36$

有 36 種排列方法。

(36)有 1,2,3,4,5，5 個數字做排列，頭尾至少有一個是偶數，有多少種排列方法？

答案： 我們可以利用

[5 個數字任意排列]減去[頭尾都是奇數]

來得到[頭尾至少有一個是偶數]的排列方法

5 個數字任意排列的方法是 P^5_5

頭尾都是奇數的排列方法，我們在前一題計算過了，是 $C^3_2\times P^3_3$

因此排列方式有

$P_5^5-C_2^3\times P_3^3=(5\times4\times3\times2\times1)-(3\times2)\times(3\times2\times1)=120-36=84$

有 84 種排列方法。

(37)有 1,2,3,4,5，5 個數字做排列，2 和 4 之間恰有夾 1 個數字，且 2 一定排在 4 前面，有多少種排列方法？

答案： 我們先從 3 個數字選出 1 個夾在 2 和 4 之間，方法是 C_1^3

假如選出的是 x，則我們有[2x4]和另外剩下 2 個數字排列，

也就是 3 個物件排列，排列方法是 3!

因此排列方式有

$C_1^3\times3!=3\times(3\times2\times1)=3\times6=18$

有 18 種排列方法。

(38)有 0,1,2,3,4,5，6 個數字，選出 3 個數字組成三位數，數字不可重複使用，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

百位數：不可為 0，因此有 5 個選擇

十位數：可以選 0，且數字不可重複，因此剩下 5 個選擇

個位數：可以選 0，且數字不可重複，因此剩下 4 個選擇

因此選擇方法有 $5\times5\times4=100$

可以組出 100 種三位數。

(39)有 0,1,2,3,4,5，6 個數字，選出 3 個數字組成三位數，數字不可重複使用，且個位數是 0，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

百位數：不可為 0，因此有 5 個選擇

十位數：個位數是 0，所以十位數不可選 0，剩下 4 個選擇

個位數：只能選 0，只有 1 個選擇

因此選擇方法有 $5\times4\times1=20$

可以組出 20 種三位數。

(40)有 0,1,2,3,4,5，6 個數字，選出 3 個數字組成三位數，數字不可重複使用，且個位數是 5，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

百位數：不可為 0,5，因此有 4 個選擇

十位數：不可為 5，剩下 4 個選擇

個位數：只能選 0，只有 1 個選擇

因此選擇方法有 $4\times4\times1=16$

可以組出 16 種三位數。

(41)有 0,1,2,3,4,5，6 個數字，選出 3 個數字組成三位數，數字不可重複使用，且三位數是 5 的倍數，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

三位數是 5 的倍數，表示個位數是 0 或 5

在前兩題中，我們已經算出個位數是 0 的三位數有 20 個

個位數是 5 的三位數有 16 個

因此三位數是 5 的倍數有 20+16=36 個。

(42)有 1,2,3,4，4 個數字，選出 2 個數字組成二位數，數字不可重複，可以組出多少個二位數？

答案： 這題相當於從 4 個物件選出 2 個做排列，因此是 P_2^4

$P_2^4=4\times3=12$，有 12 個二位數。

(43)承上題，這 12 個二位數的數字總和是多少？

答案： 十位數選擇 1 的時候，個位數有 3 個選擇(2,3,4)

所以這 3 個數字的十位數 1×3

十位數選擇 2 的時候，個位數有 3 個選擇(1,3,4)

所以這 3 個數字的十位數總和是 2×3

同理十位數選擇 3 的時候，十位數總合是 3×3，

十位數選擇 4 的時候，十位數總合是 4×3，

所以全部的十位數總合是 $(1+2+3+4)\times3$

同理個位數總和也是 $(1+2+3+4)\times3$

因此二位數總和是 $(1+2+3+4)\times3\times10+(1+2+3+4)\times3=300+30=330$

(44)0 到 99 的數字中，不含 5 的數字有多少個？

答案： 先看個位數，不含 5 個數字有 9 個

十位數不含 5 個數字也有 9 個 (十位數為 0 視為個位數)

因此數字共有 9×9=81 個

(45)0 到 99 的數字中，至少含有一個 5 的數字有多少個？

答案： 全部 0 到 99 的數字，減去不含 5 的數字，就是至少含有 1 個 5 的數字

0~99 有 100 個數字

因此至少含有 1 個 5 的數字共有 100-81=19 個

(46)從 1~9 選擇 3 個數字，組成三位數，且必須是 3 的倍數，共有多少種組法？

答案： 假如三位數 $n_1n_2n_3$ 是 3 的倍數，則 $n_1+n_2+n_3$ 是 3 的倍數，如

213 是 3 的倍數(2+1+3=6)

174 是 3 的倍數(1+7+4=12)

519 是 3 的倍數(5+1+9=15)

345 是 3 的倍數(3+4+5=12)

145 不是 3 的倍數(1+4+5=10)

所以我們要從 1~9 的數字中，選出 3 個不重複的，其總和為 3 的倍數。

我們將 1~9 的數字分成 3 組：

(A)1,4,7
(B)2,5,8
(C)3,6,9

分成這三組之後有以下兩點特性

(a) 每一組數字的和都是 3 的倍數

(b) 從 A、B、C 三組各選 1 個數字，這 3 個數字的總和是 3 的倍數

例如從 A 選 1、B 選 5、C 選 6，得到 156，1+5+6 是 3 的倍數

例如從 A 選 7、B 選 2、C 選 9，得到 729，7+2+9 是 3 的倍數

根據(a)每一組數字的和都是 3 的倍數

組合方法有 $C_1^3 \times P_3^3 = 3 \times 3! = 18$

根據(b)從 A、B、C 三組各選 1 個數字，這 3 個數字的總和是 3 的倍數

組合方法有 $C_1^3 \times C_1^3 \times C_1^3 \times P_3^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3! = 162$

因此 3 的倍數共有 18+162=180 種組法

(47)從 0 到 9 的數字中，選出 3 個相異數字組成三位數，且偶數與偶數不能相鄰，奇數與奇數不能相鄰，有多少種組法？

答案： 0 到 9 的數字中，有 5 個偶數和 5 個奇數

三位數有[奇偶奇]和[偶奇偶]兩種組法

[奇偶奇]：

百位數有 5 個選擇，十位數有 5 個選擇，個位數有 4 個選擇

有 $5 \times 5 \times 4 = 100$ 種組法

[偶奇偶]：

百位數不能為 0

百位數有 4 個選擇，十位數有 5 個選擇，個位數有 4 個選擇

有 $4 \times 5 \times 4 = 80$ 種組法

因此共有 100+80=180 種組法

(48)將英文字 a l i b a b a 重新排列，有多少種排法？

答案： n=7

r=3，因為 a 有 3 個，共有$\frac{7!}{3!}=840$種排列。

(49)將英文字母 a a b b c d e 重新排列，a 和 a 要連在一起，b 和 b 要連在一起，有多少種排法？

答案： 可以將 aa 視為 1 個物件,bb 視為 1 個物件,其他尚有 3 個物件,共有 2+3=5 個物件

排列方法有 5!=5×4×3×2×1=120 種

(50)將英文字母 a a b b c d e 重新排列，a 和 a 要連在一起，b 和 b 要連在一起，且 aa 和 bb 也要連在一起，有多少種排法？

答案： 可以將[aa bb]視為 1 個物件，其他尚有 3 個物件，共有 3+1=4 個物件

4 個物件的排列方法是 4!種

[aa bb]內的排列方法有 2!種(aabb 和 bbaa)

因此排列方法有 4!×2!=(4×3×2×1)×(2×1)=48 種

(51)將英文字母 a a b b c d e 重新排列，a 和 a 不能連在一起，b 和 b 不能連在一起，a 和 b 不能連在一起，有多少種排法？

答案： 排列方式可以化成下圖

	★		★		★	

我們先將 cde 放到★的位置，有 3!種排法。

再將 2 個 a 與 2 個 b 放到空格，有$\frac{4!}{2!\times 2!}$種排法

$3!\times\frac{4!}{2!\times 2!}=(3\times 2\times 1)\times\frac{4\times 3\times 2\times 1}{(2\times 1)\times(2\times 1)}=6\times 6=36$

因此排列方法有 36 種

(52)數字 00122 有多少種排法？

答案：共有 5 個數字，n=5

其中 2 個 0 相同，2 個 2 相同

因此排列方法有$\frac{5!}{2!\times 2!}=\frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{(2\times 1)\times(2\times 1)}$=30 種

(53)數字 00122 排成五位數，有多少種排法？

答案：五位數的萬位不能是 0

萬位是 1：剩下 0022 排列，排法有

$\frac{4!}{2!\times 2!}=\frac{4\times 3\times 2\times 1}{(2\times 1)\times(2\times 1)}$=6 種

萬位是 2：剩下 0012 排列，排法有

$\frac{4!}{2!}=\frac{4\times 3\times 2\times 1}{2\times 1}$=12 種

因此排列方法共有 6+12=18 種

(54)數字 00122 排成五位數，且是 5 的倍數，有多少種排法？

答案：5 的倍數必須個位數是 0 或 5，本題中只有 0。

萬位是 1，個位數是 0：剩下 022 排列，排法有

$\frac{3!}{2!}=\frac{3\times 2\times 1}{2\times 1}$=3 種

萬位是 2，個位數是 0：剩下 012 排列，排法有

3!=6 種

因此排列方法共有 3+6=9 種

(55)1,1,2,3,4，5 個數字中取 3 個排成三位數，且 2 個 1 都必須取到，有多少種排法？

答案： 先決定 2 個 1 要在三位數中的哪兩個位置，選法是 C^3_2

還要從剩下 3 個數字中選 1 個來排，選法是 C^3_1

因此排列方法共有 $C^3_2 \times C^3_1 = 3 \times 3 = 9$ 種

(56)1,1,2,3,4，5 個數字中取 3 個排成三位數，且 3 個數字都相異，有多少種排法？

答案： 3 個數字都相異，相當於從 1,2,3,4 取 3 個數字排成三位數，選法是 P^4_3

$P^4_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

因此排列方法共有 24 種

(57)1,1,2,3,4，5 個數字中取 3 個排成三位數，有多少種排法？

答案： 可以分成 2 個 1 都取到，以及只取 1 個 1，兩種狀況

2 個 1 都取到：同(55)題，有 9 種

只取 1 個 1，同(56)題，有 24 種

因此排列方法共有 9+24=33 種

(58)1,1,2,3,4，5 個數字中取 3 個排成三位數，百位數為 1，有多少種排法？

答案： 百位數為 1，剩下 1,2,3,4 排在 2 個位置，所以是 P^4_2

$P^4_2 = 4 \times 3 = 12$

因此排列方法共有 12 種

(59)1,1,2,3,4，5 個數字中取 3 個排成三位數，且三位數大於 200，有多少種排法？

答案： 三位數大於 200，也就是全部的三位數減去百位數為 1 的三位數

全部的三位數，同(57)題，有 33 種

百位數為 1 的三位數，同(58)題，有 12 種

大於 200 的三位數有 33-12=21 種

(60)1,1,1,2,2,3，6 個數字中取 3 個排成三位數，有多少種排法？

答案： 我們分成三種狀況

(a) 3 個數字都相同

只有 111 這 1 種狀況

(b) 2 個數字相同，1 個不同，又可以分為有 2 個 1 或 2 個 2

i. 2 個 1

將 2 個 1 放入 3 個位置中的 2 個位置，有$C_2^3 = 3$種方法

剩下 2,3 要選 1 個排入，有 2 種選法

有 2×3=6 種

ii. 2 個 2

將 2 個 1 放入 3 個位置中的 2 個位置，有$C_2^3 = 3$種方法

剩下 1,3 選 1 個排入，有 2 種選法

有 2×3=6 種

(c) 3 個數字都不同

等於把 1,2,3 排成三位數，有 3!=6 種

因此全部的排列方法共有 1+6+6+6=19 種

19 種排列方法是

1. 111	2. 112	3. 113	4. 121	5. 131
6. 211	7. 311	8. 221	9. 223	10. 212
11. 232	12. 122	13. 322	14. 123	15. 132

16. 213　　17. 312　　18. 231　　19. 321

在上面

1 是 3 個數字相同

2 到 7 是 2 個 1 相同

8 到 13 是 2 個 2 相同

14 到 19 是 3 個數字都不同