

(45)排列-3(相異，可重複，全選，直線)

在以前，我們選去的物見識不可重複的，也就是說，如果你選了1，就不可能再選1。

可以重複的排列是很容易瞭解的，假設我們有 n 個相異的物件，我們選 r 個來排列，可以重複選，排列的種類會多的多。

以 $n=3$ ， $r=2$ 為例，假如不能重複選，則 $P_2^3 = 3 \times 2 = 6$ 我們有六種排列。

如果可以重複選，第一個位置有 3 個選擇，第 2 個位置也有 3 種選擇，因此我們有 $3 \times 3 = 9$ 種排列

(1) 假設我們有 3 個數字 1、2、3，我們要選 2 個數字，但可以重複，我們的排列有下列 9 種

1, 1
1, 2
1, 3
2, 1
2, 2
2, 3
3, 1
3, 2
3, 3

(2) 假設我們有 5 個數字，我們要選 4 個數字，但可以重複，排列的種類有 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

因此，我們有以下的定理

假設我們有 n 個相異的物件，我們要選 r 個物件來排列，可以重複，排列的種類是 n^r 。

(3) 假設我們有 10 個數字 (0 到 9)，我們要選 2 個數字來排列並可以重複，一共有多少種排列？

答案： $n=10$ ， $r=2$ ，可以重複，所以共有

$n^r = 10^2 = 100$ 種排列，如下圖所示：

00
01

.
. .
99

這 100 個數字就是從 0 到 99 的所有數字，同樣的，對這個答案一定很熟悉，不會排列方法，也會得到這個答案，排列的學識會給我一種新的想法。

(4) 承上題，假設我們要知道 000 到 999 共有多少個數字，我們可以令 $n=10$ ， $r=3$ ，因此共有 $n^r = 10^3 = 1000$ 個數字。

這個答案是很容易了解的，有趣的是，假如問從 000 到 999 有多少數是由完全不同數組成，答案是 $10 \times 9 \times 8 = 720$ ，我們可以看出，可以重複的排列數目，比不可以重複排列的數目要大的多。

(5) 我們有 0 和 1，我們有 3 個位置可以放 0 或 1，共有多少種排列？

答案： $n=2$ ， $r=3$ ，所以共有 $n^r = 2^3 = 8$ 種排列方法，如下圖所示

000
001
010
011
100
101
110
111

同學們如果要學電腦，就要學所謂的 2 進制數字，所有的 2 進位數字都是由 0 和 1 組成，用可以重複的排列方法，我們會很容易了解 2 進制是怎麼一回事。