(43)排列-1(相異，全選，直線)

排列的問題有好幾種，我們先談完全相異物件的排列，假設我們有 n 個完全不同的物件，我們要將他們排成一列，一共有都少種排列的方法。

1. n=2

   我們將這幾種事物名命為 1 和 2，我們有以下兩種排列方式:

   1,2

   2,1

   所以當 n=2 時，共有兩種排列方法。

2. n=3

   我們將這幾種物件名命為 1 和 2 跟 3，我們有以下幾種排列方式:

   1,2,3

   1,3,2

   2,1,3

   2,3,1

   3,1,2

   3,2,1

   所以當 n=3，一種共有六種排列方法

如果我們有 n 個不同的物件，我們要將他們全部取出，排列方法的個數可以用以下的推理求得:

1. 對於排列的第一位，一共有 n 種選擇。
2. 對於排列的第二位，只能從(n-1)個物件中選擇，因此有(n-1)個選擇。
3. 對於排列的第三位，一共有(n-2)個選擇。
4. 對於排列的第 r 位，一共有(n-(r-1))個選擇•
5. 對於排列的第 n 位，有(n-(n-1))=1 個選擇。

所以假設我們有 n 個不同的物件，將他們全部排列成一列，一共有 n*(n-1)*(n-2)…*2*1 個排列方法。

我們將 n*(n-1)*(n-2)…*2*1 稱為 N 階乘，也用以下的記號表示

n*(n-1)*(n-2)…*2*1=n!

結論:n 個不同物伴的排列方法有 n!種。

3. n=4
   4!=4*3*2*1=24

4. n=6
   6!=6*5*4*3*2*1=720

5. n=10
   10!=10*9*8*7*6*5*4*3*2*1=362880

6. 假設我們有 5 個英文字母 ABCDE，一共有多少種排列方法?
   答案 5!=120

7. 假設有 3 個數字 1,2,3 排列時 2 一定要在最前面，共有幾種排列法?
   答案；因為第一個數字必須是 2 剩下的只有 1 和 3 作排列，1 和 3 的排列方法只有 2!=2 因此答案是 2

以下是這兩種排列的方法
2,1,3
2,3,1
請注意原來 3 個數字的排列有 3!=6 種而在這只有兩種>

這種問題不限於第一個位置，如果我們要求第一個位置依定要放某物件，排列方的都是(n-1)!

(8)假設我們有要排列的三個數字 1,2,3 ，3 不能出現在第一個位置共有幾種排列方法
答案；假設沒有這種規定，共有 3!=6 種排列方法，如果 3 一定要出現在一個位置，共有 2!=2 排列方法，所以規定 3 不能出現在第一個位置的排列方法有
3!-2!=4 種排列方法

以下是這四種排列
123
132
213
132

以上例子可以給我們一個定律

假設有 n 個相異物件，其中某一個必須出現在某一指定位置的排列方法共有 (n-1)!種

假設有 n 個相異物件，其中某一個不能出現在某一指定位置的排列方法共有 n!-(n-1)!=(n-1)(n-1)!種

我們可以想(n-1)(n-1)!的意義。

假設某一位置不能有某一物件,取出這一位置的物件,剩下(n-1)種物件,這(n-1)物件有(n-1)!種排列，置入那位置的物件有(n-1)種，所以共有(n-1)(n-1)!排列方法。

(9)假設 1,2,3 中 3 一定要出現在第 2 個位置排列是
132
231
共有(3-1)!=2!=2 種排列。

假設 3 不能出現在第 2 位置，排列方法如下
213
312
123
321
共有 3!-2!=4 種排列方法。

也可以用(n-1)(n-1)!=(2)(2)=4 來計算。
因為 3 不能出現在第 2 位置，我們仍有 2 個數字要在 1 和 3 的位置要排列，共有 2!=2 種排列方法，3 不能出現在第 2 位置，我們有兩種選擇，故共有 2(2!) 種排列

(10)假設有數字 1,2,3，1 和 2 必須相連共有幾種排列方法?
答案 我們可以將(1,2)看成一個物件，如此我們共有(1,2) 和 3，也就是說，我們只有 2 個物件，2 個物件的排列種數是 2!=2，但 1 和 2 也有 2!種排列，故共有 2(2!)=2*2=4 種排列·

以下是他們的排列
123
213

312
321

(11) 承上題，假設我們規定 1 和 2 不能相連共有幾種排列
答案 3*2*1-(2*1)(2*1)=2
它們的排列如下
132
231
我們可以得到以下的定律。

假設有 n 個相異的物件，其中 r 個物件必須互相連接排列的法有(n-r+1)!r!
假設有 n 個相異的物件，其中 r 個物件不可互相連接排列的法有 n!-(n-r+1)!r!

(12)假設有 n=7 r=3，其中 r 個物件必須互相連接排列的法有
(7-3+1)!3!=5!3!=720 種。
如果此三個物件，其中 r 個物件不可互相連接排列的法有 7!-5!3!=4320 種。

(13)假設有 4 個數字 1234 ，1 和 2 必須相連，3 和 4 必須相連共有多少排列
答案 我們可以將 1,2 看成一個物件，3,4 看成一個物件，那兩個物件共有 2!=2 種排列方法，但每物件又有 2!=種排列方法, ，故共有 2*2!*2!=8 種排列
這八種排列如下
1234
1243
2134
2143
3412
3421
4321
4312

(14)有一位業務員要訪問 5 個城市 1,2,3,4,5，他的訪問可以是 31254，也可以是 21345，請問他共有幾種訪問方法?
答案 5!