

(06) 二次曲線

1. 最基本的二次曲線： $y=x^2$

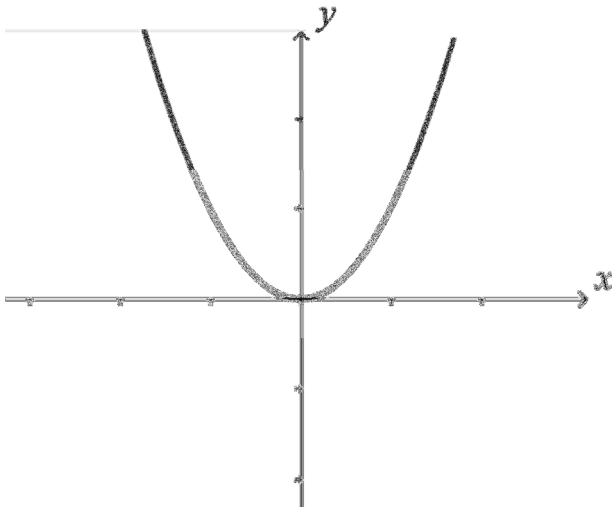
這個曲線有幾個特點：

(1) 對 y 軸是線對稱，對稱軸為 $x=0$

(2) 頂點是 $(0,0)$

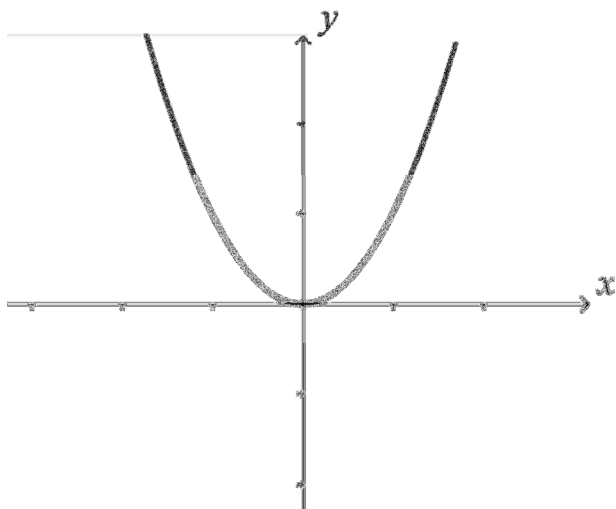
(3) y 的最小值為 0 。

圖形

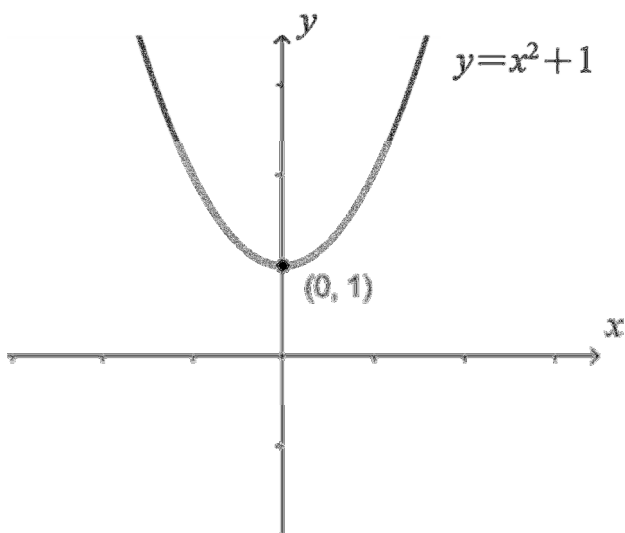


2. $y=x^2+1$

先畫 $y=x^2$



再將 $y=x^2$ 往上移 1 單位：



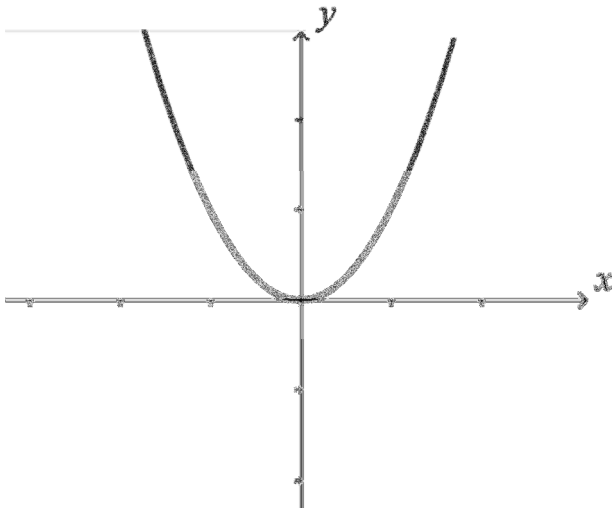
頂點(0,1)

對稱軸 $x=0$

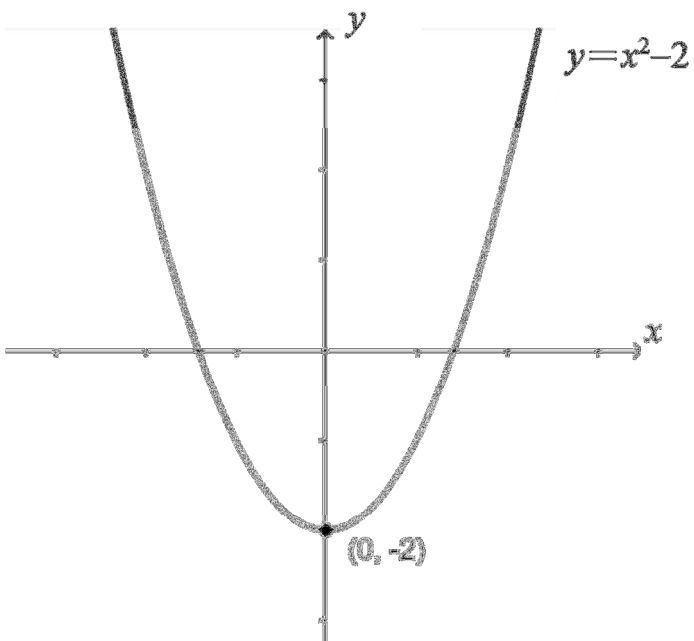
y 的最小值 1

3. $y=x^2-2$

先畫 $y=x^2$



再將 $y=x^2$ 往下移 2 單位：



頂點(0,-2)

對稱軸 $x=0$

y 的最小值-2

4. $y=(x-1)^2$

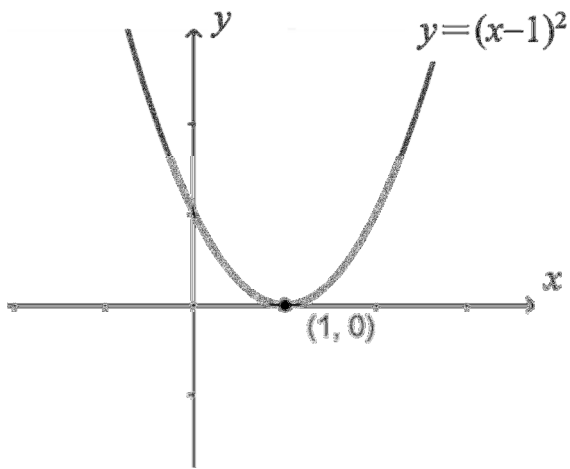
我們先問，何時 $y=0$ ？

也就是 $(x-1)^2=0$ 成立時

$$x-1=0$$

$$x=1$$

因此 $y=(x-1)^2$ 的頂點是 $(1,0)$



這是將 $y=x^2$ 右移 1 單位

頂點 $(1,0)$

對稱軸 $x=1$

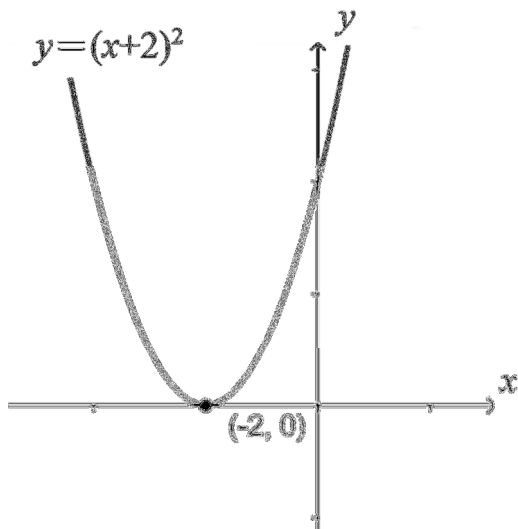
y 的最小值 0

5. $y=(x+2)^2$

$$x+2=0$$

$$x=-2$$

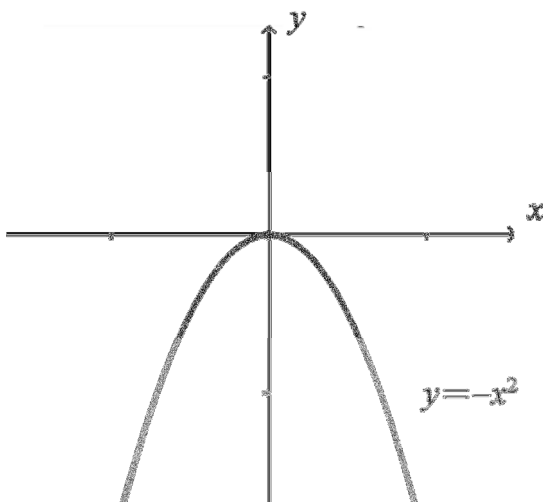
因此 $y=(x+2)^2$ 的頂點是 $(-2,0)$



這是將 $y=x^2$ 左移 2 單位

頂點 $(-2,0)$ 、對稱軸 $x=-2$ 、 y 的最小值 0

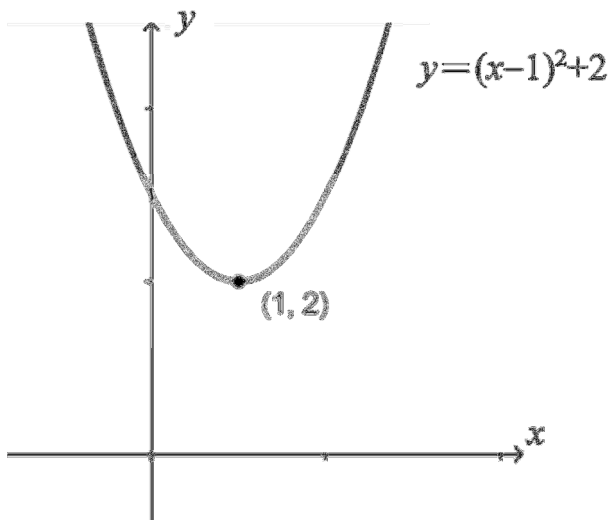
6. $y=-x^2$



圖形是 $y=x^2$ 向下翻轉

開口向下、頂點 $(0,0)$ 、對稱軸 $x=0$ 、 y 的最大值 0

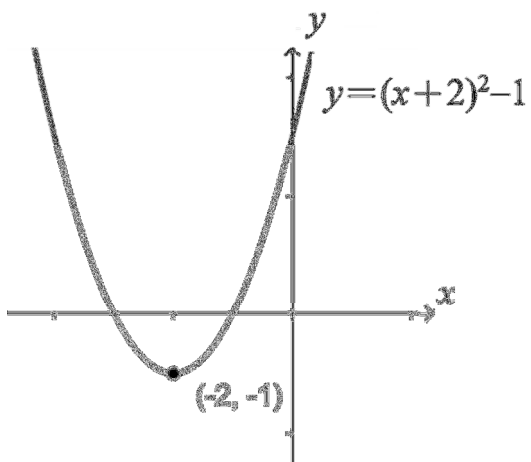
7. $y=(x-1)^2+2$



圖形是把 $y=x^2$ 右移 1 單位，上移 2 單位

頂點(1,2)、對稱軸 $x=1$ 、 y 的最小值 2

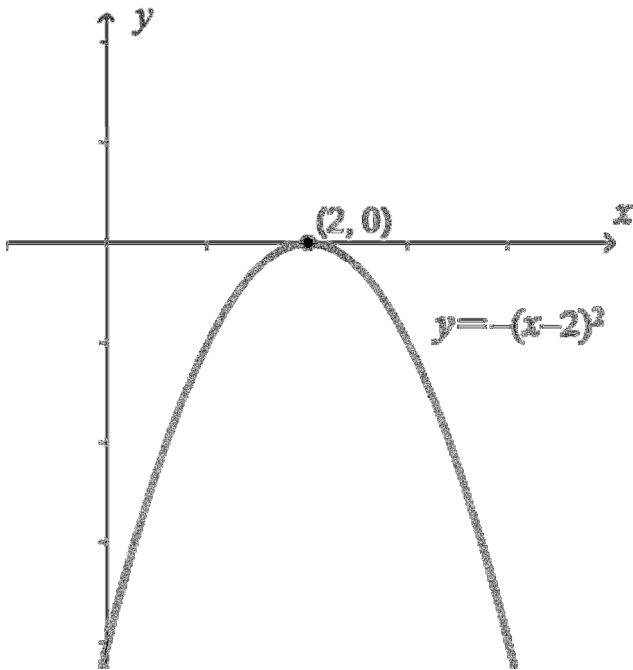
8. $y=(x+2)^2-1$



頂點(-2, -1)、對稱軸 $x=-2$ 、 y 的最小值-1

9. $y=-(x-2)^2$

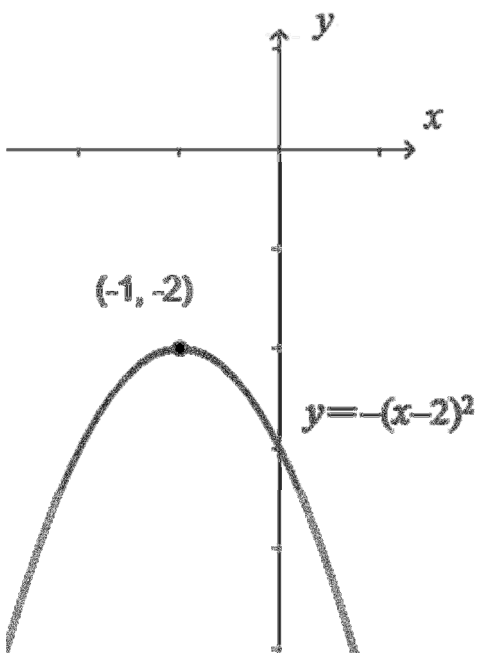
圖形是把 $y=x^2$ 向下翻轉，右移 2 單位



開口向下、頂點 $(2,0)$ 、對稱軸 $x=2$ 、 y 的最大值 0

10. $y=-(x+1)^2-2$

圖形是把 $y=x^2$ 向下翻轉，左移 1 單位，下移 2 單位



開口向下、頂點 $(-1, -2)$ 、對稱軸 $x=-1$ 、 y 的最大值 -2

11. $y=x^2+4x+5$

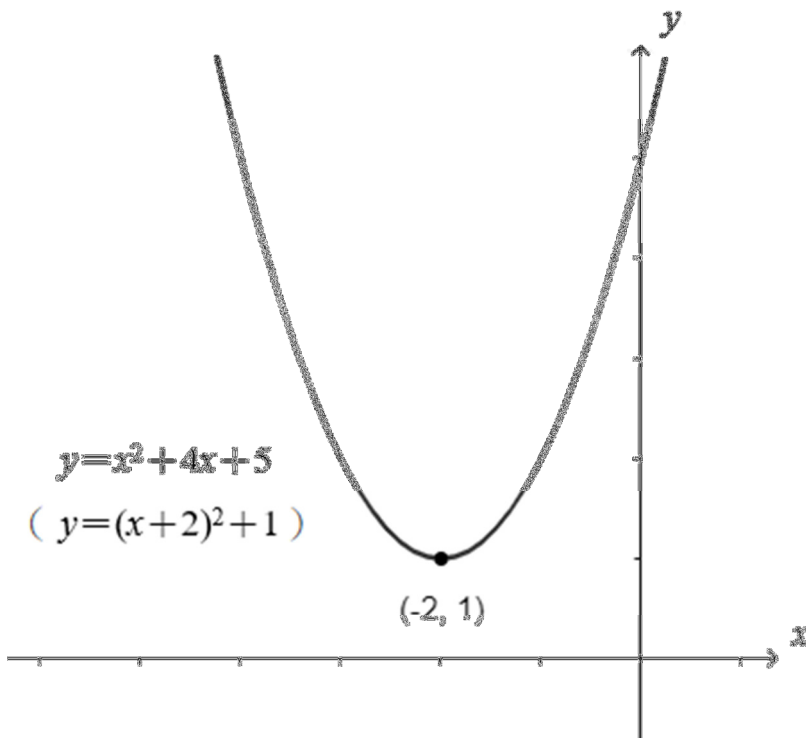
我們將方程式做整理

$$y=x^2+4x+5$$

$$y=x^2+4x+4+1$$

$$y=(x^2+4x+4)+1$$

$$y=(x+2)^2+1$$



頂點 $(-2,1)$ 、對稱軸 $x=-2$ 、 y 的最小值 1

12. $y=4x^2+4x-5$

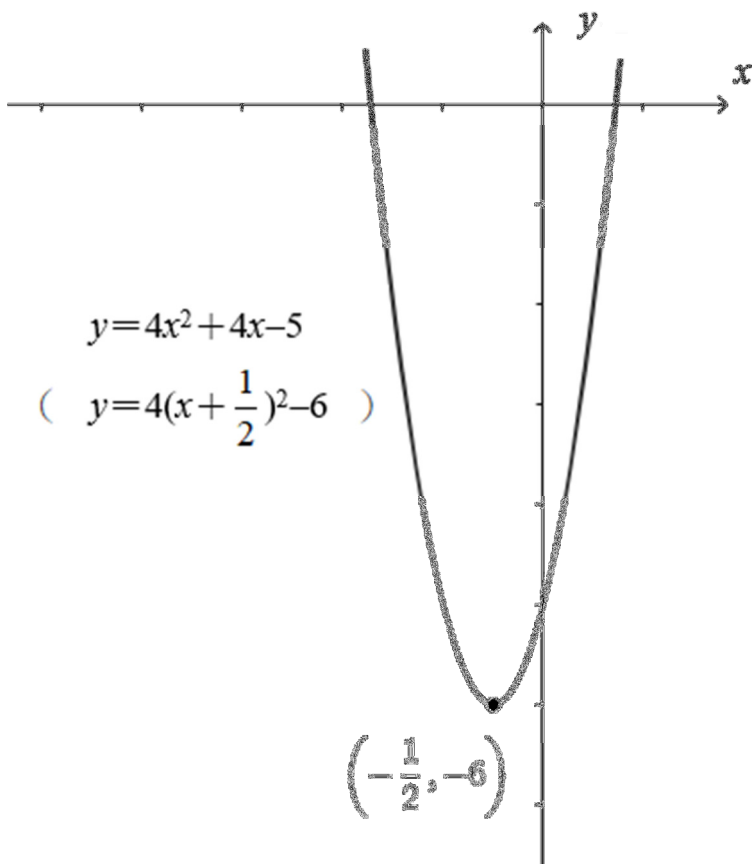
我們將方程式做整理

$$y=4x^2+4x-5$$

$$y=4x^2+4x+1-6$$

$$y=(2x+1)^2-6$$

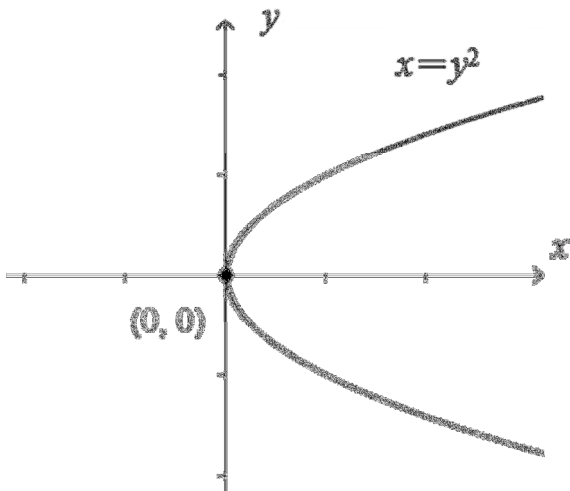
$$y=4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-6$$



頂點 $\left(-\frac{1}{2}, -6\right)$ 、對稱軸 $x=-\frac{1}{2}$ 、 y 的最小值 -6

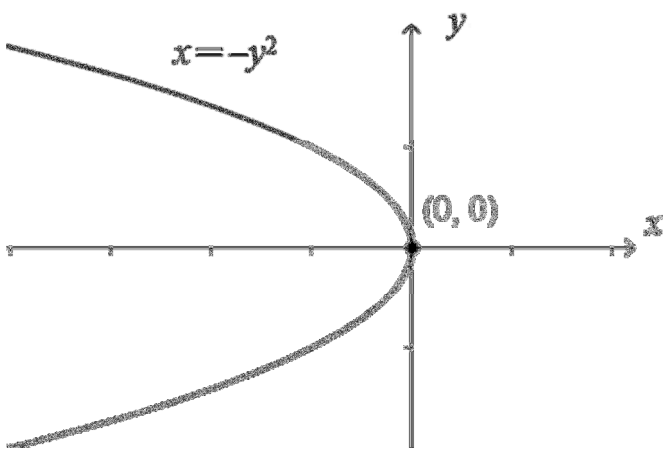
13. $x=y^2$

圖形是將 $y=x^2$ 旋轉 90 度，也可以想像是 $y=x^2$ 將 x 軸和 y 軸互換所得之圖形。



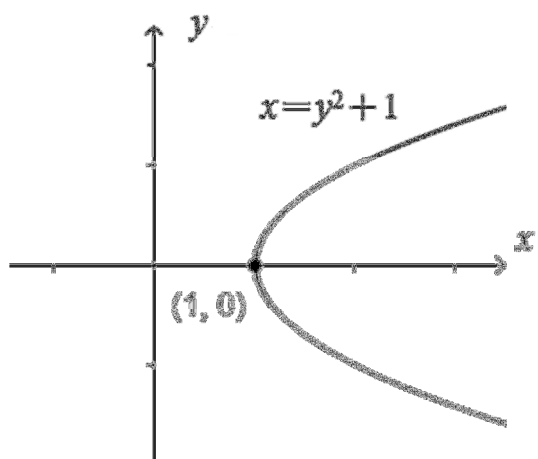
頂點 $(0,0)$ 、對稱軸 $y=0$ 、 x 的最小值0

14. $x=-y^2$



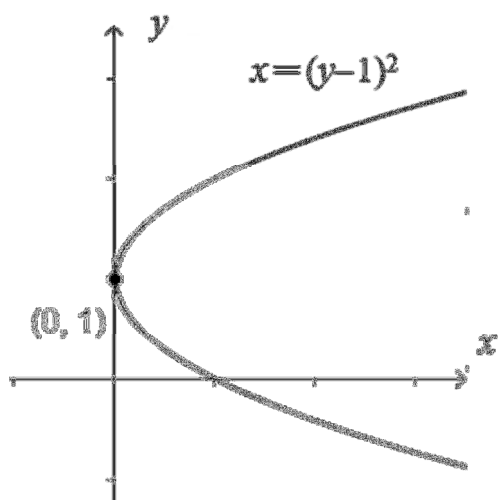
頂點 $(0,0)$ 、對稱軸 $y=0$ 、 x 的最大值0

15. $x=y^2+1$



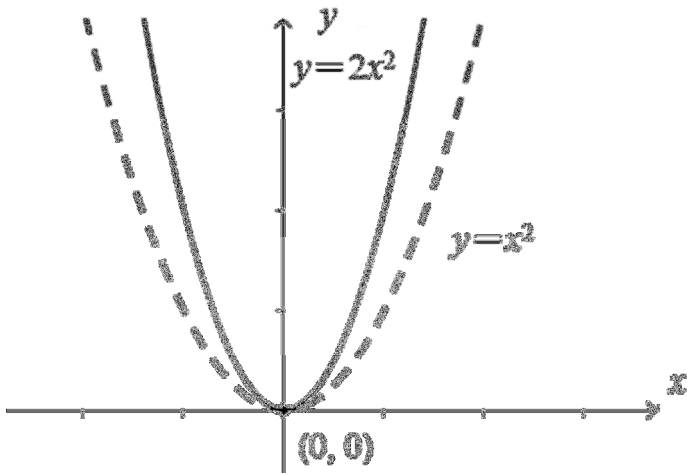
頂點(1,0)、對稱軸 $y=0$ 、 x 的最小值1

16. $x=(y-1)^2$



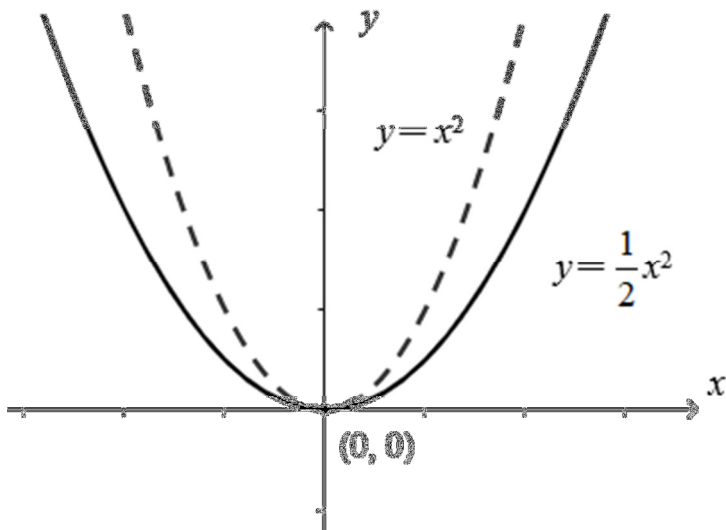
頂點(0,1)、對稱軸 $y=1$ 、 x 的最小值 0

17. $y=2x^2$



x	0	1	2	3	4	5
$y=x^2$	0	1	4	9	16	25
$y=2x^2$	0	2	8	18	32	50

18. $y=\frac{1}{2}x^2$



x	0	1	2	3	4	5
$y=x^2$	0	1	4	9	16	25
$y=\frac{1}{2}x^2$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	$\frac{25}{2}$

