

(04) 求交點

1. 求 $y=(x-2)^2-1$ 與 x 軸的交點。

解：

$$\text{令 } y=0$$

$$(x-2)^2-1=0$$

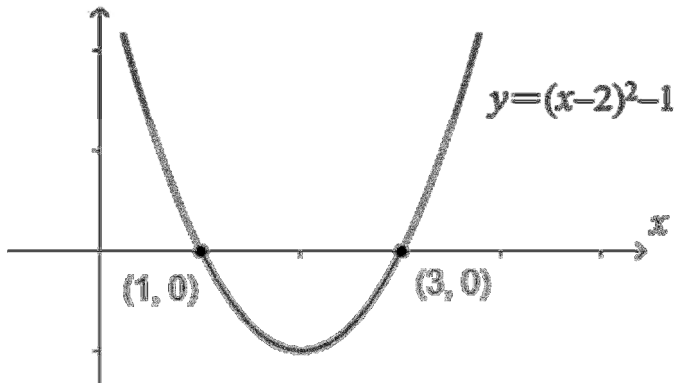
$$(x-2)^2=1$$

$$x-2=\pm 1$$

$$x-2=\pm 1+2$$

$$x=1+2=3 \quad \text{交點為}(3,0)$$

$$x=(-1)+2=1 \quad \text{交點為}(1,0)$$



2 (1)求 $y=(x-2)^2+1$ 與 x 軸的交點。

(2)求 $y=(x-2)^2+1$ 與 y 軸的交點。

解：

(1)

令 $y=0$

$$(x-2)^2+1=0$$

$$(x-2)^2=-1$$

因此沒有 x 的實數解，曲線和 x 軸不相交

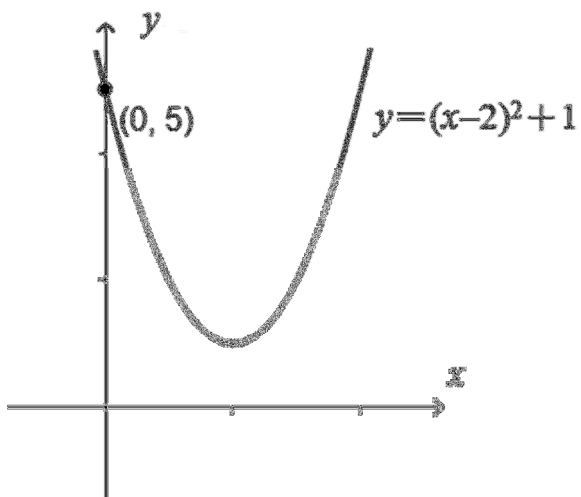
(2)

令 $x=0$

$$(-2)^2+1=y$$

$$y=4+1$$

$$y=5 \quad \text{交點為}(0,5)$$



3. 求 $y=(x-1)^2-3$ 與 $y=x$ 的交點。

解：

將 $y=x$ 代入 $y=(x-1)^2-3$

$$x=(x-1)^2-3$$

$$x=x^2-2x+1-3$$

$$x^2-3x-2=0$$

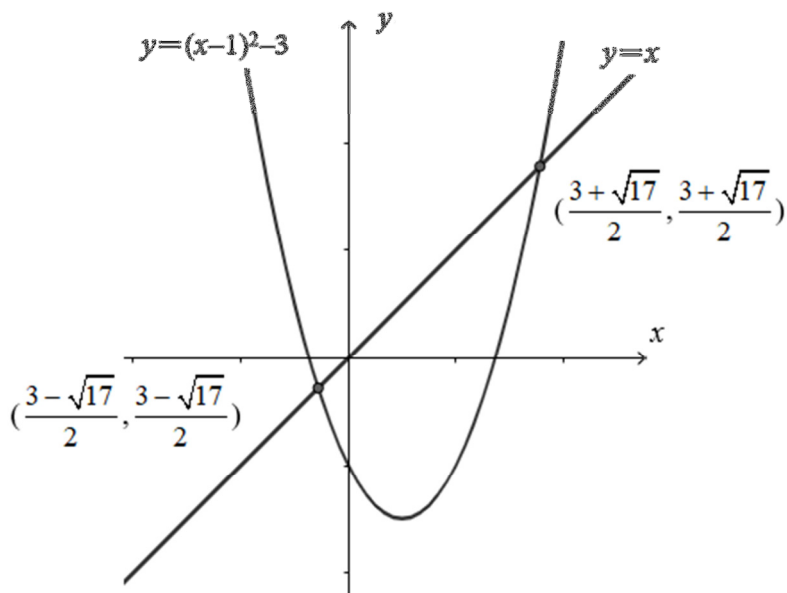
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 1\times(-2)}}{2\times 1} \quad (\text{使用公式解})$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{9+8}}{2}$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

$$x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \text{ 交點為 } \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$$

$$x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \text{ 交點為 } \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$$



4. 求 $y=(x-1)^2+3$ 與 $y=2x-3$ 的交點。

解：

利用兩方程式的 y 相等

$$(x-1)^2 + 3 = 2x - 3$$

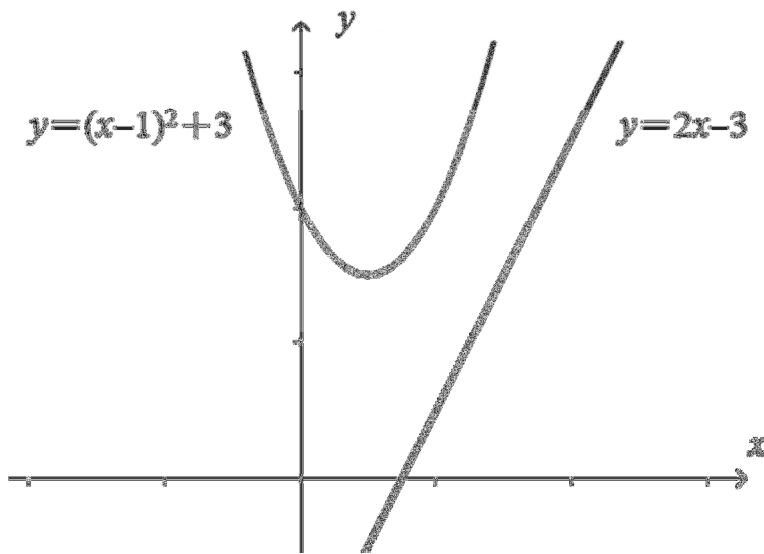
$$x^2 - 2x + 1 + 3 = 2x - 3$$

$$x^2 - 4x + 7 = 0$$

利用判別式 $b^2 - 4ac$

$$(-4)^2 - 4 \times 1 \times 7 = -12 < 0$$

故無交點



5. 求 $y=(x-1)^2+3$ 與 $x+y=4$ 的交點。

解：

$$x+y=4 \text{ 移項得 } y=4-x$$

$$(x-1)^2+3=4-x$$

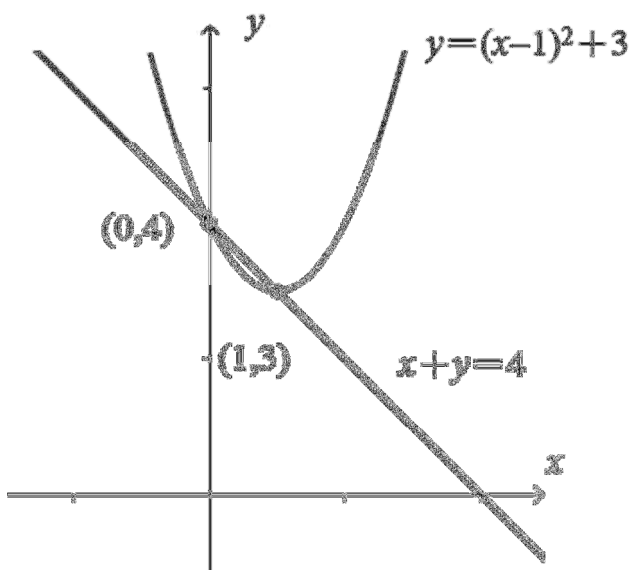
$$x^2-2x+1+3=4-x$$

$$x^2-x=0$$

$$x(x-1)=0$$

$$x=0, y=4 \text{ 交點為 } (0,4)$$

$$x=1, y=3 \text{ 交點為 } (1,3)$$



6. 求 $y=(x-1)^2-1$ 與 $y=(x+1)^2+1$ 的交點。

解：

利用兩方程式的 y 相等

$$(x-1)^2-1=(x+1)^2+1$$

$$x^2-2x+1-1=x^2+2x+1+1$$

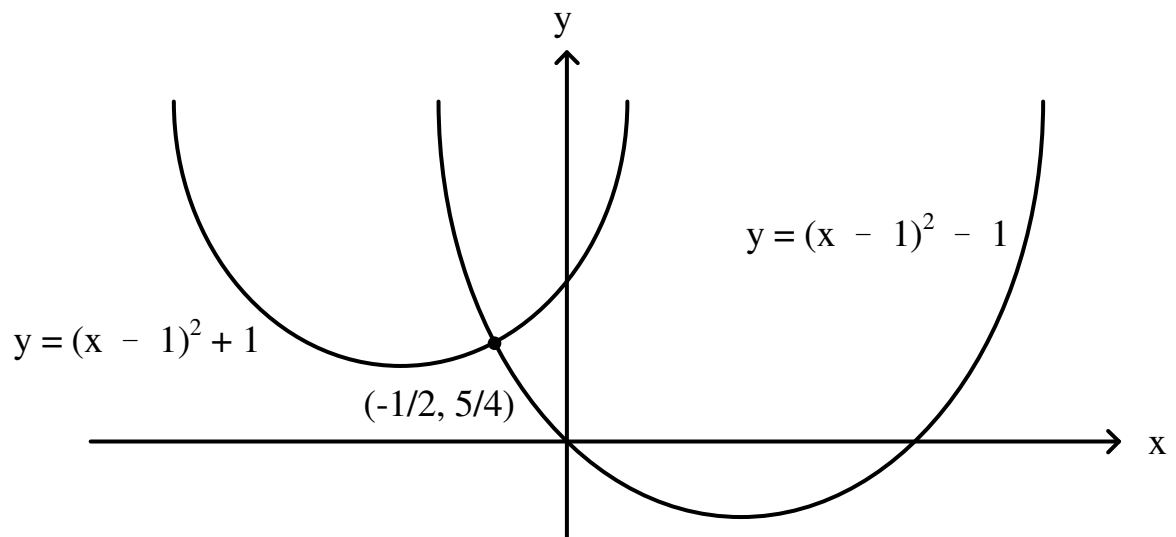
$$-2x=2x+2$$

$$-4x=2$$

$$x=-\frac{1}{2}$$

$$y=\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2-1=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-1=\frac{9}{4}-\frac{4}{4}=\frac{5}{4}$$

交點為 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$



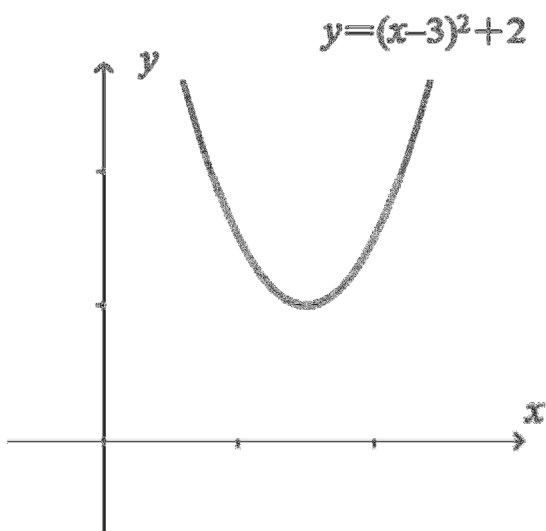
8. 求一元二次方程式求 $x^2-6x+11=0$ 的解。

解：

我們可以想像解是 $x^2-6x+11=0$ 和 x 軸($y=0$)的交點

$$\text{令 } y=x^2-6x+11=(x-3)^2+2$$

圖形為：



圖形與 x 軸不相交，因此無解

也可以用判別式 b^2-4ac 來看

$$b^2-4ac$$

$$=(-6)^2-4\times 1\times 11$$

$$=36-44$$

$$=-8$$

$b^2-4ac<0$ ，故無解