我的教育專欄(354)對於教好數學的幾個建議

李家同

有些孩子對數學一點問題都沒有，一教就會，頂多不會解難題，但是一般公式很容易的背起來，也就會解一般的題目。不過，也有很多孩子吸收數學教育的能力是很低的，老師告訴他公式，他就是記不得。比方說，負數的加減，很多孩子會搞錯，對於負負得正的觀念也是會錯的。我們做老師的人不能只照顧到那些聰明的孩子，對於害怕數學的孩子，我們應該想出方法來幫助他們。根據英國的研究，很多孩子到了小學四年級時就害怕數學了。

我現在在此向各位提出幾個方法，這些方法都不是主流的數學教學方法，也不是為了要培養偉大的數學家，而是要幫助很多很害怕數學的孩子。這些方法都很容易實行，應該還是有參考價值。何況我本人是用了這些方法的，至少根據我的經驗，這些方法有其功效。

1. 大量習題法

大量做習題當然可以幫助孩子記得一些數學的規則，可是我要在這裡勸告各位老師，對很多害怕數學的同學來說，最重要的是，習題要越簡單越好。千萬不要叫這些孩子做難題，我國很多孩子之所以對數學感到害怕，都是因為被迫做難題，因為不會做而失去了信心。

我的指導教授告訴我，他小的時候在一所天主教小學念書，那裡的修女們壓迫他們做很多數學練習。他認為他後來可以念MIT數學系，實在應該感激當年那些修女們叫他做很多練習。他承認這種多做練習的教學法是所謂的rote learning，很多思想先進的學者不贊成這種方法，認為孩子應該思考。但是我的指導教授說，小孩子實在不太可能思考的，多做練習再講吧。多做練習的好處是可以使孩子不怕數學，如果孩子害怕數學，那就根本談不上思考了。

(2)因材施考法

我國為什麼會有這麼多人害怕數學，最大的原因是因為不管你對數學害怕與否，考題是一樣的。這種做法唯一的好處是可以發掘聰明的孩子，但是犯了很大的錯誤，因為這種做法使得那些對數學害怕的孩子更加害怕數學，甚至痛恨數學，最後乾脆放棄學數學。

博幼基金會有因材施考法，也就是說，數學考試會分三級，第一級是最基本的，考過了第一級可以考第二級。根據我們的經驗，80%的學生可以考過第二級，因此有20%的學生是不需要考第三級的。這種做法可以使得很多學生對數學有一定的信心，因為他們發現自己可以通過兩級的考試，也就是說，他們是會做數學基本題目的。

我國對於考試，始終認為考試是為了選拔菁英。科舉在我國根深蒂固，雖然已經被廢止了，但是我們仍然推崇那些考得非常好的人。如果我們可以培養出數學素養非常好的學生，當然是值得慶幸的，可是我們的任務不能只注意這一點，我們有絕對的責任要使得絕大多數的學生不害怕數學。給他們適當的考試，當然會增加他們對數學的信心，也會使他們對數學有些興趣。如果一個孩子每次數學都考不及格，他不可能對數學有任何興趣的。

最近我知道有一個中學在一次段考中，全校同一級的數學平均分數是22分。這種做法是大錯特錯的。

(3)推導公式法

很多孩子記不得公式，老師們千萬記住，不要忽略公式推導的過程。比方說，以下的公式:

(x+a)(x-a)=x2-a2

這個公式其實推導起來極為容易

(x+a)(x-a)

=x(x-a)+a(x-a)

=x2-xa+ax-a2

=x2-ax+ax-a2

=x2-a2

再舉一個例子:

(x+a)2=(x+a)(x+a)

=x(x+a)+a(x+a)

=x2+xa+ax+a2

=x2+ax+ax+a2

=x2+2ax+a2

至於a0=1，也是應該告訴孩子這是怎麼來的。比方說，叫孩子看以下的例子:

a2/a2=a2-2=a0

但是a2/a2=1

所以a0=1

有些公式推導有點難，也不必太麻煩孩子。但是至少多講公式推導的例子，孩子會更加了解公式的來源。公式推導本身應該用很多例子來加強孩子的印象。

(4)大量閱讀法

我發現有些孩子在學英文時，文法永遠記不得，比方說，一直會寫出He do not like music. I am not have a dog. Is he swim every day?等等。這表示他記不得正確的語法。對於這些孩子，我發現有一個方法很有用，那就是給他很多文法正確的句子。例如，He does not like music. I do not have a dog. Does he swim every day?等等，這些句子越多越好。我請他們不僅看這些句子，也讀出來，時間久了，這些孩子自然而然就會寫出文法正確的句子了。

我的助理是外文系畢業的，對數學應該不是很厲害，可是她被迫將我寫的數學式子打字，她厲害到會發現我數學的錯誤。這是因為她看了很多數學式子以後，就知道哪些式子是正確的。我可以說，這種方法也叫做耳濡目染法。

因此，我們不妨可以準備相當多的例題給學生，叫他們看，甚至鼓勵他們唸出來。就以正負數而言，如果孩子讀了很多

-3-5=-8

-3+6=3

-(-5)=5

(-2)x5=-10

這類的例子，久而久之，孩子會被潛移默化了，至少不會犯以下的錯誤。

-3-5=8

-3+6=-9

很多小孩搞不清指數，老師不妨叫他們多看以下的例子:

22=4

33=27

31=3

30=1

3-1=1/3

70=1

71=7

7-1=1/7

7-2=1/49

大家千萬不要以上的例子是很容易的，很多小孩對於30=1是記不得的。但是這種例題多了，他就自然而然記得了。至於3-1=1/3，更需要多看例子了。

當然，我們也可以叫孩子們看比較複雜的例題，比方說，

(x-2)(x-3)=x2-5x+6

(x+2)(x-2)=x2-4

(x+a)2=x2+2ax+a2

我承認，這種做法有點奇怪，因為對孩子洗腦。可是對於很多小孩來說，這是有用的。看例題並不是太難的事，做習題是比較難的。現在的教科書例題太少，因此我建議老師給學生大量的例題，讓他們看，看多了以後再做習題。

還有一點，也可以鼓勵學生將數學式子唸出來，唸出來比較容易記得。

(5)抄書法

這不是我發明的，有一位數學老師發現學生對數學很不行，他發現學生對很多書上提到的例題都沒印象，因此他在每一堂課結束前，下令所有學生拿出練習本，將這堂課教過的例題與解題過程，按照步驟順序抄一兩題。在抄寫的過程中，如果有不了解之處，可以發問。他說這個方法極為有效，因為抄書是會使孩子印象深刻的。我自己也給幾個學生用這種方法，也有功效。

很多學生在解題時不照正確的解題方法，雖然能夠得到答案，但這是不對的。比方說，解二元一次方程式，一定要照規矩，一步一步來做，因為教科書上的例題絕對是照規矩的，不可能省掉步驟。抄一兩個例題，也可以使學生知道正確的解題步驟。

千萬要注意，我所說的抄書，是指抄教科書裡的例題，而且這些例題是要很容易看懂解題的意義的。比方說，我們教孩子幾何，要證明兩個角相等，通常用的方法是證明兩個三角形全等，教科書上的例題在證明的過程中，絕對不會漏掉任何一步。如果孩子將一個證明題抄一遍，至少他可以知道幾何的證明題是要很嚴謹的。以後他再做這種題目，也就不會用跳躍式的思考方式了，因為他知道每一個步驟都要有根據。

抄書上的例題是因為書上的例題多多少少是有解釋的，如果抄參考書上的例題就完全不同了。那些例題常常是給聰明孩子看的，也不會解釋得很清楚。所以我所說的抄例題，乃是抄那些解釋得很清楚的例題。

有的時候，孩子會做錯數學題，老師最好寫下一個正確的做法，也請他將這個正確的做法再抄一遍，使得他知道自己過去錯在哪裡。

大家千萬不要以為這種方法荒謬，這種方法實施起來非常容易，總不會有害。對於聰明的孩子不必如此做，但是如果一個孩子就是很害怕數學，這個方法是值得考慮的。

(6)小老師法

一個孩子究竟對數學懂了沒有，不妨鼓勵他在其他同學面前解釋如何解題的。我曾經看過一位博幼澎湖中心的孩子在小學時就會在講台前清楚地解釋如何解數學應用題，他解釋時感到很神氣，這是一個很有用的學習方法。

如果一個孩子能在同學面前解釋如何解題，這就表示他真的很懂。很多孩子有表演慾，老師不妨利用這一點，盡量鼓勵學生上台扮演小老師的角色。當然應該因材施教，聰明的孩子可以解釋比較難的題目，不聰明的孩子，至少要讓他們能夠解釋最基本的數學題目。如果這些基礎題目解釋不出來，那就有問題了。根據我的經驗，絕大多數的孩子至少能夠解釋基本的數學題目。

小老師法像是做中學，教學卡卡時再回頭看是哪裡觀念有問題再學習加強，教學相長，適合程度中上的學生。但是要確定學生是喜歡表現的，不然會有反效果。非常內向的學生不必強迫他做這種事。用孩子能聽懂的語言來教，有時候比老師教有用。

我國需要更多的科技從業人員，科技從業人員的數學涵養不能太差。我有很多同學在台灣是念文組的，到了美國，發現學文實在很難找工作，被我慫恿去念科技，幾乎都可以學得很好。我研究了一下，美國很多大學的數學教育沒有那麼難，也就是說，他們並不在意是否能培養數學家，而是在培養學生的基本數學能力。

我今天所提出的各種方法都不是為了培養數學家，而是在於使得我們有更多的學生不害怕數學。學數學對於學生的邏輯思考絕對是有用的，我是在拋磚引玉，希望有更多的老師提出好的數學教法，提高整個國家在科技上的競爭力。